

**UNIVERSITE BOURGOGNE FRANCHE-COMTE**

Ecole Doctorale Sciences Physiques pour l'Ingénieur et Microtechniques

**Thèse préparée à l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard**

**AVIS DE SOUTENANCE**

Mademoiselle Renye CAI

Candidate au DOCTORAT Sciences pour l'ingénieur

**de l'Université Bourgogne Franche-Comté**

Soutiendra sa thèse

**Le lundi 13 mars 2017 à 10h30**

**Amphithéâtre P228 - Campus de SEVENANS**

Sur le sujet suivant :

**« Méthodes éléments finis avancées appliquées à la modélisation de tissus biologique en biomécanique »**

Le jury est composé de :

**Monsieur Erwan VERRON, Professeur Des Universites  
Ecole Centrale Nantes, Rapporteur**

**Madame Jena JEONG, ENSEIGNANT-CHERCHEUR HDR  
Estp, Rapporteur**

**Monsieur Francois PEYRAUT, Professeur Des Universites  
Univ Techn Belfort Montbeliard**

**Monsieur Frederic HOLWECK, Maitre De Conferences Des Universites  
Univ Techn Belfort Montbeliard**

**Madame Julie DIANI, Directeur De Recherche Cnrs  
Ecole Polytechnique Palaiseau**

**Madame Sabine CANTOURNET, CHARGE DE RECHERCHE CNRS HDR  
Mines Paristech Evry**

**Monsieur Zhi Qiang FENG, Professeur Des Universites  
Universite Evry Val D Essonne**

Abstract:

This thesis has focused on the construction of strain energy densities for describing the non-linear behavior of anisotropic materials such as biological soft tissues (ligaments, tendons, arterial walls, etc.) or fiber-reinforced rubbers. The densities we have proposed have been developed with the mathematical theory of invariant polynomials, particularly the Noether theorem and the Reynolds operator. Our work involved two types of anisotropic materials, the first with a single fiber family and the second with a four-fiber family. The concept of polyconvexity has also been studied because it is well known that it plays an important role for ensuring the existence of solutions. In the case of a single fiber family, we have demonstrated that it is impossible for a polynomial density of any degree to predict shear tests with a loading parallel and then perpendicular to the direction of the fibers. A linear polynomial density combined with a power-law function allowed to overcome this problem. In the case of a material made of a four-fiber family, a polynomial density allowed to correctly predict bi-axial tensile test data extracted from the literature. The two proposed densities were implemented in C++ language in the university finite element software FER by adopting a total Lagrangian formulation. This implementation has been validated by comparisons with reference analytical solutions exhibited in the case of simple loads leading to homogeneous deformations. More complex three-dimensional examples, involving non-homogeneous deformations, have also been studied.

Keywords: Biomechanics, Theory of invariant polynomials, Anisotropic hyperelasticity, Finite element method, Nonlinear mechanics

Résumé :

Cette thèse a porté sur la construction de densités d'énergie de déformation permettant de décrire le comportement non linéaire de matériaux anisotropes tels que les tissus biologiques souples (ligaments, tendons, parois artérielles etc.) ou les caoutchoucs renforcés par des fibres. Les densités que nous avons proposées ont été élaborées en se basant sur la théorie mathématique des polynômes invariants et notamment sur le théorème de Noether et l'opérateur de Reynolds. Notre travail a concerné deux types de matériaux anisotropes, le premier avec une seule famille de fibre et le second avec quatre familles. Le concept de polyconvexité a également été étudié car il est notoire qu'il joue un rôle important pour s'assurer de l'existence de solutions. Dans le cas d'un matériau comportant une seule famille de fibre, nous avons démontré qu'il était impossible qu'une densité polynomiale de degré quelconque puisse prédire des essais de cisaillement avec un chargement parallèle puis perpendiculaire à la direction des fibres. Une densité polynomiale linéaire combinée avec une fonction puissance a permis de contourner cet obstacle. Dans le cas d'un matériau comportant quatre familles de fibre, une densité polynomiale a permis de prédire correctement des résultats d'essai en traction bi-axiale extraits de la littérature. Les deux densités proposées ont été implémentées avec la méthode des éléments finis et en langage C++ dans le code de calcul universitaire FER. Pour se faire, une formulation lagrangienne totale a été adoptée. L'implémentation a été validée par des comparaisons avec des solutions analytiques de référence que nous avons exhibée dans le cas de chargements simples conduisant à des déformations homogènes. Des exemples tridimensionnels plus complexes, impliquant des déformations non-homogènes, ont également été étudiés.

Mots-clés : Biomécanique, Théorie des polynômes invariants, Hyperélasticité anisotrope, Méthode des éléments finis, Mécanique non linéaire